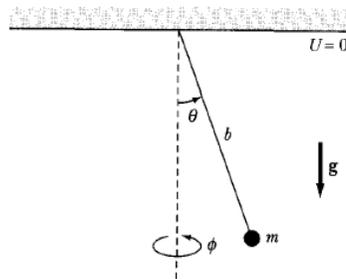


**Mecânica Analítica**  
2º Semestre 2016 - 3ª Prova  
Data: 14 de dezembro

Nome:

Matrícula:

1. Uma conta de massa  $m$  desliza sem atrito ao longo de uma haste rígida, de massa desprezível, que gira num plano vertical com velocidade angular constante  $\omega$ .
  - (a) Quantos *graus de liberdade* possui o sistema ?
  - (b) Escolha um sistema de coordenadas generalizadas e determine a hamiltoniana do sistema.
  - (c) A hamiltoniana é constante do movimento ? Justifique.
  - (d) A hamiltoniana coincide com a energia total do sistema ? Justifique.
2. Um pêndulo esférico de massa  $m$  e comprimento  $b$  é mostrado na figura abaixo:
  - (a) Quantos *graus de liberdade* possui o sistema ?



- (b) Sem fazer cálculos, analisando as propriedades de simetria do sistema, pode dizer se existe alguma quantidade conservada, ou constante do movimento ? Quais ? Por que são conservadas ?
  - (c) Determine a hamiltoniana e as equações de movimento de Hamilton.
  - (d) É possível resolver essas equações de movimento em algum limite importante ou conhecido ? Caso exista, qual é a solução nesse caso ?
3. A hamiltoniana de um certo sistema unidimensional é  $H(q, p, t) = \omega^2 p(q + t)^2$ , onde  $\omega$  é uma constante positiva.
  - (a) Prove que a transformação  $Q = q + t$ ,  $P = p$  é canônica, e encontre uma função geradora.
  - (b) Usando a transformação canônica do item anterior, resolva a equação de Hamilton para  $q(t)$  sabendo que  $\int \frac{dx}{1+(ax)^2} = \frac{\arctan(ax)}{a}$ .